

氏 名	石 渡 万希子
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 番 号	第 4527 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当者
学 位 論 文 名	Rotation and Link Invariants ローテーションと絡み目不変量
論文審査委員	主 査 教 授 河 内 明 夫 副主査 教 授 枡 田 幹 也 副主査 助教授 金 信 泰 造

論 文 内 容 の 要 旨

結び目不変量の開発は盛んに行われているが、結び目分類に有効な完全不変量は未だ発見されていない。結び目のskein多項式不変量に関し、2 タングルにおける局所変形「ミューテーション」が大きな障害になることはよく知られている。 n 対称性をもつ n タングルにおける局所変形操作「ローテーション」は、ミューテーションの一般化であるが、ミューテーションでは保存されるJones多項式、Homfly多項式がローテーションには有効となる($n=3,4$ を除く)ことが1989年前後にR.P.Anstee、J.H.Przytycki、D.Rolfesen、G.T.Jinにより示されている。「Alexander多項式がローテーションにより不変である」という予想は10年余り未解決であったが、2001年にP.Traczykにより n タングルの向きに制限を与えた場合は予想が正しいという部分解答が示された。

この制限をはずした場合ローテーションはAlexander多項式を保存しないことを本論文において示し、先の予想の否定的解答を与えた。また、P.Traczykの手法を用いて、結び目の村杉符号数、タングルの向きに制限を与えた場合にはTristram-Levin符号数、がローテーションにより不変であることを示した。

タングルに関するもう一つの考察として、S.Akbulut、R.Kirbyの結び目に関する分岐被覆空間の構成法のタングルへの適用を試みた。実際、タングル上で分岐する3次元球体の有限巡回分岐被覆空間を直接構成し、構成した有限巡回被覆空間の手術表示やヘガード分解を表現するアルゴリズムを与えた。被覆空間構成の際、結び目のザイフェルト曲面に対応する、タングルを境界とする有向曲面disk-band表示も新しく定義した。この構成法を適用して、 n 対称性をもつ制限つきdisk-band表示可能なタングルによるローテーションは、絡み目に沿った3次元球面の2重分岐被覆空間の1次元ホモロジー群を保存することを示した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

樹下・寺阪結び目とコンウェイ結び目に代表される絡み目のミュータントの概念は、J.H.Conwayによって1970年の論文においてはじめて紹介された。互いにミュータントになる2つの絡み目は、アレクサンダー多項式やジョーンズ・スケイン多項式のような代表的な絡み目不変量を不変にすることがよく知られている。さらにはそれらの絡み目に沿った2重分岐被覆空間の位相型も不変にすることが知られている。R.P. Anstee、J.H.Przytycki、D.Rolfesenは1987年の論文で、ミュータントの類似の一般化であるロータントの概念を導入し、互いにロータントになる2つの絡み目で代表的な絡み目不変量が不変になるかどうかの研究を開始し、低い次数のロータント絡み目では代表的な絡み目不変量が不変になることを示した。G.T.JinとD.Rolfesenは1991年の論文で、ロータント絡み目はアレクサンダー多項式を不変にするか、という問題を提起し、2001年にP.Traczykはタングルの向きに制限を加えた場合には不変になることを示し、この問題の肯定的部分解答を与えた。

この論文において石渡氏は、アレクサンダー多項式が異なる(タングルの向きの制限をはずした場合の)ロー

タントになる絡み目の例を与え、この問題に否定的解答を与えた。また、石渡氏は、1970年にK. Murasugiにより導入された絡み目の向き独立符号数不変量は、ロータント絡み目では不変になることを示した。さらに、Tristram-Levine符号数は、タングルの向きを制限した場合のロータント絡み目では不変になることや制限付disk-band表示が可能なタングルのロータント絡み目の2重分岐被覆空間の1次元ホモロジー群の不変性もこの論文で示した。付録として9交叉数をもつ2成分以上の素な絡み目の最小種数ザイフェルト曲面の表が添付されている。絡み目の種数はミュータント絡み目では変わりうるので、この表にも意義を認める。

以上により、本論文は、結び目理論に多くの新しい知見を与え、位相幾何学に貢献するところ大であり、博士(理学)の学位を授与するに値すると審査した。